

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XIX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Т Е М А

за областния кръг на олимпиадата по астрономия

26 февруари 2016 г.

Възрастова група XI-XII клас – решения

1 задача. Омега Центавър. В нашата Галактика има около 160 кълбовидни звездни купа, повечето от които съдържат по няколкостотин хиляди звезди. Един от куповете е изключително голям. Това е кълбовидният куп Омега Центавър, който се намира на около 4.8×10^3 рс от Земята. Предполага се, че това е ядро на малка елиптична галактика, погълната преди милиарди години от Млечния път. Масата на купа е 4.05×10^6 слънчеви маси. Радиусът на купа е 26 рс. Представете си, че в самия край на купа има звезда, която се движи със скорост 26 km/s, в посока перпендикулярна на направлението към центъра на купа.

- А) Какво ще представлява орбитата на звездата?
- Б) Нека скоростта на звездата е 36 km/s. Според вас, какво ще се случи със звездата? Как ще се движи тя?

Решение:

За да определим по каква орбита ще се движи звездата – кръгова, елиптична, параболична или хиперболична, пресмятаме стойността на кръговата скорост за купа на разстояние от неговия център, равно на радиуса на купа:

$$V_I = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M_{\Omega}}{r_{\Omega}}} \approx 25.9 \text{ km/s}$$

Виждаме, че звездата се движи със скорост, която съвсем леко надвишава кръговата скорост за разстояние от центъра, равно на радиуса на купа. Следователно орбитата на звездата ще бъде почти кръгова (*може да се каже, че ще бъде елиптична със съвсем малък ексцентрицитет*).

Забелязваме, че втората скорост 36 km/s е около един път и половина по-голяма от кръговата скорост. Следователно може да очакваме да е близка до параболичната скорост за това разстояние от центъра на купа. Пресмятаме параболичната скорост:

$$V_{II} = V_I \cdot \sqrt{2} = 36.65 \text{ km/s}$$

Следователно, във втория случай, звездата ще се движи със скорост малко по-малка от параболичната скорост. Ако пренебрегнем всички външни влияния, звездата ще се движи по много силно изтеглена елиптична орбита.

Омега Центавър, обаче, не е изолирана гравитационна система. Нямаме информация за скоростта и посоката на движение на звездния куп в Галактиката, както и в каква посока се движи звездата. Затова ще приведем само общи съображения. Звездният куп се намира в съзвездие Центавър, което е под съзвездие Змиеносец, за наблюдател в Северното полукуълбо. Центърът на Галактиката е до границата на съзвездията Стрелец и Скорпион. Следователно Омега Центъвър е в направление около $50-60^\circ$ на запад от направлението към центъра на Галактиката, и не много далеч от плоскостта на Галактиката. Тогава, имайки предвид разстоянието му от нас, което е

около 4.8 крс, както и това, че ние се намираме на около 8 крс от центъра на Галактиката, може да заключим, че Омега Центавър се намира на около 6.5 крс от галактичния център. Съществена част от масата на Галактиката се намира от вътрешната страна на купа (от гледна точка на мястото му в Галактиката), т.е. в област ограничена от сфера с радиус, равен на разстоянието на купа до галактичния център. Гравитационното ѝ въздействие върху звездата, движеща се по силно изтеглена елиптична орбита, е много вероятно да доведе до откъсване на звездата от купа. Освен това, изминавайки голямо разстояние извън Омега Центавър, звездата с голяма вероятност ще преминава многократно недалеч от други звезди, принадлежащи на нашата галактика. Те ще променят посоката и скоростта на движение на звездата. Затова е твърде вероятно звезда, която се движи по силно изтеглена орбита и се отдалечава на много голямо разстояние, завинаги да напусне звездния куп и да се превърне в единична звезда, обикаляща по самостоятелна орбита около центъра на Галактиката.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно написване на формулата за кръгова скорост за купа и правилен числен резултат – 4 т.

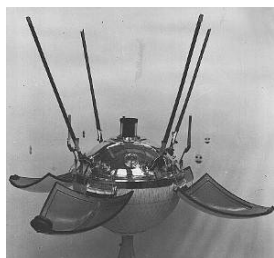
За правилни разсъждения относно орбитата на звездата – 2 т.

За правилно написване на формулата за параболична скорост и правилен числен резултат – 4 т.

За правилни разсъждения относно формата на орбитата в случай на отсъствие на външни влияния – 2 т.

За разсъждения относно влиянието на масата на Галактиката и звездите в нея върху движението на звездата – 3 т.

2 задача. „Луна-9”.



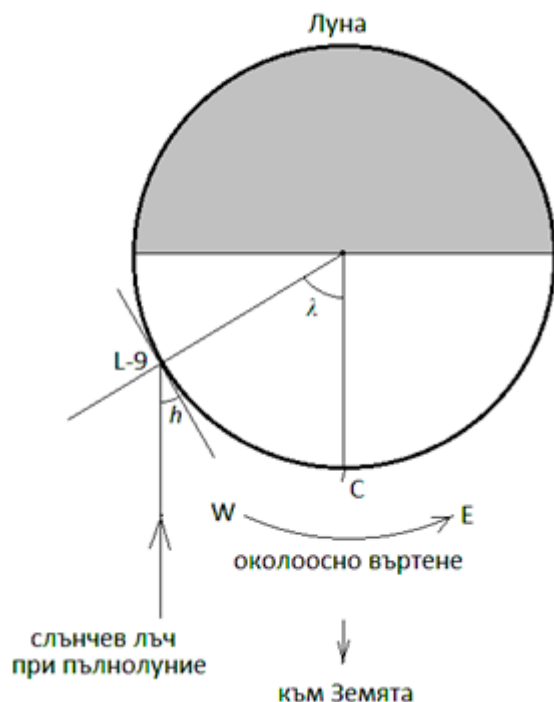
На 3 февруари 1966 г., преди 50 години, автоматичната станция „Луна-9” за първи път извършва меко кацане на Луната. Станцията каца в точка със селенографски координати (координати на лунната повърхност) 7.13° северна ширина и 64.37° западна дължина. Тя прави панорамни снимки при различно осветяване на лунните релефни форми от Слънцето – когато то е на височина 7° , 14° , 27° и 41° .

- На кои дати са направени снимките?

Предполагаме, че началният лунен меридиан минава през центъра на видимия от Земята лунен диск. Известно е, че на 5 февруари в 16 h UT Луната е била в пълнолуние. Лунният синодичен месец е равен на 29.53 денонощия.

Решение:

На схемата Луната е изобразена така, като би трябвало да изглежда при пълнолунието на 5 февруари. Центърът на видимата от Земята страна на Луната е означен с С, а с L-9 – местонахождението на станцията „Луна-9”. Селенографската ширина на станцията е много малка и ще считаме, че тя се намира на приблизително на екватора на Луната.



От схемата лесно се вижда, че за точката, където се намира „Луна-9“, в момента на пълнолуние височината на Слънцето над хоризонта е:

$$h = 90^\circ - \lambda = 25.63^\circ$$

където λ е селенографската дължина на станцията. Предвид посоката на околоосно въртене на Луната, можем да кажем, че станцията е кацнала на Луната в началото на лунния ден за даденото място. От този момент височината на Слънцето над хоризонта е нараствала. Преди пълнолунието тя е била по-малка от 25.63° , а след пълнолунието – по-голяма.

Ъгловата скорост на видимото денонощно движение на Слънцето за лунен наблюдател се определя от продължителността на синодичния лунен месец $T = 29.53d$.

Да пресметнем тази скорост:

$$\omega = \frac{360^\circ}{29.53d} \approx 12.19^\circ \text{ за денонощие} \approx 0.51^\circ \text{ за час}$$

Да намерим колко време преди пълнолунието височината на Слънцето над хоризонта е била 14° :

$$\Delta t_{14} = \frac{h - 14^\circ}{\omega} \approx 0.954 d \approx 22h 54m$$

Щом пълнолунието е било на 5 февруари в 16 часа, то за точката L-9 височината на Слънцето над хоризонта е била равна на 14° на 4 февруари в 17 ч. 06 мин.

По подобен начин можем да определим колко време преди пълнолунието височината на Слънцето над хоризонта е била 7° :

$$\Delta t_7 = \frac{h - 7^\circ}{\omega} \approx 1.528 d \approx 1d 12h 41m$$

За точката L-9 височината на Слънцето е била 7° над хоризонта на 4 февруари в 3 ч. 19 мин.

А сега да пресметнем колко време след пълнолунието височината на Слънцето над хоризонта е била 27° :

$$\Delta t_{27} = \frac{27^\circ - h}{\omega} \approx 0.112 d \approx 2h 42m$$

Снимката на лунната повърхност при височина на Слънцето 27° е била направена на 5 февруари в 18 ч. 42 мин.

За времето след пълнолунието, когато Слънцето е било на височина 41° , можем да получим:

$$\Delta t_{41} = \frac{41^\circ - h}{\omega} \approx 1.261 d \approx 1d 6h 16m$$

Снимката на лунната повърхност при височина на Слънцето 41° е била направена на 6 февруари в 22 ч. 16 мин.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно общо представяне на връзката между фазата на Луната и височината на Слънцето над хоризонта за местонахождението на станцията – 3 т.

За правилно определяне на датата за всяко от четирите положения – 3 т., или общо $4 \times 3 = 12$ т. (Точните моменти не се изисква да се определят в решението).

3 задача. Височина над хоризонта. Когато една звезда е в горна или в долна кулминация, нейната височина h в хоризонталната система небесни координати може да бъде както положителна, така и отрицателна (звездата да е под хоризонта). Тя зависи от деклинацията на звездата δ и географската ширина на наблюдателния пункт φ .

- А) Разгледайте всички възможни случаи за наблюдател в северното полукълбо на Земята – за незалязващи, изгряващи и залязващи, а също и за неизгряващи звезди. Начертайте необходимия чертеж (или чертежи) с подробни означения.

- Б) Напишете и обяснете формулите за височината в горна и долна кулминация на звезди, наблюдавани от северното полукълбо на Земята. За всеки разгледан случай израз за h напишете във вида: $h = \pm(90^\circ \pm \varphi) \pm \delta$.

- В) Коментирайте резултатите. Има ли обща формула и изключения и на какво се дължат те?

Приемете, че знаците на географската ширина и деклинацията на звездите се съдържат в буквите, с които те се означават – φ и δ .

Решение:

Понеже се иска да се определят кулминациите на звездите, а те се случват когато звездата пресича меридиана на мястото, независимо дали над или под хоризонта, то ние правим разрез на небесната сфера през меридиана на мястото. Нанасяме основните точки и линии и няколко звезди над и под хоризонта, над и под небесния екватор, на юг и на север от зенита. Нека поне една от тях е незалязваща и една неизгряваща.

Горната кулминация на звездите се случва в тази полуокръжност на меридиана на мястото, която е заключена между Северния небесен полюс **P** и Южния небесен полюс **P'** и на която лежи зенитът **Z** на мястото. На Фиг. 1. са показани горните кулминации на пет звезди. Звездата с деклинация δ_5 е неизгряваща, звездата с деклинация δ_4 е незалязваща. Останалите звезди са изгряващи и залязващи, като една от тези звезди е с отрицателна деклинация – δ_2 , а друга звезда има горна кулминация на север от зенита. Това е звездата с деклинация δ_4 .

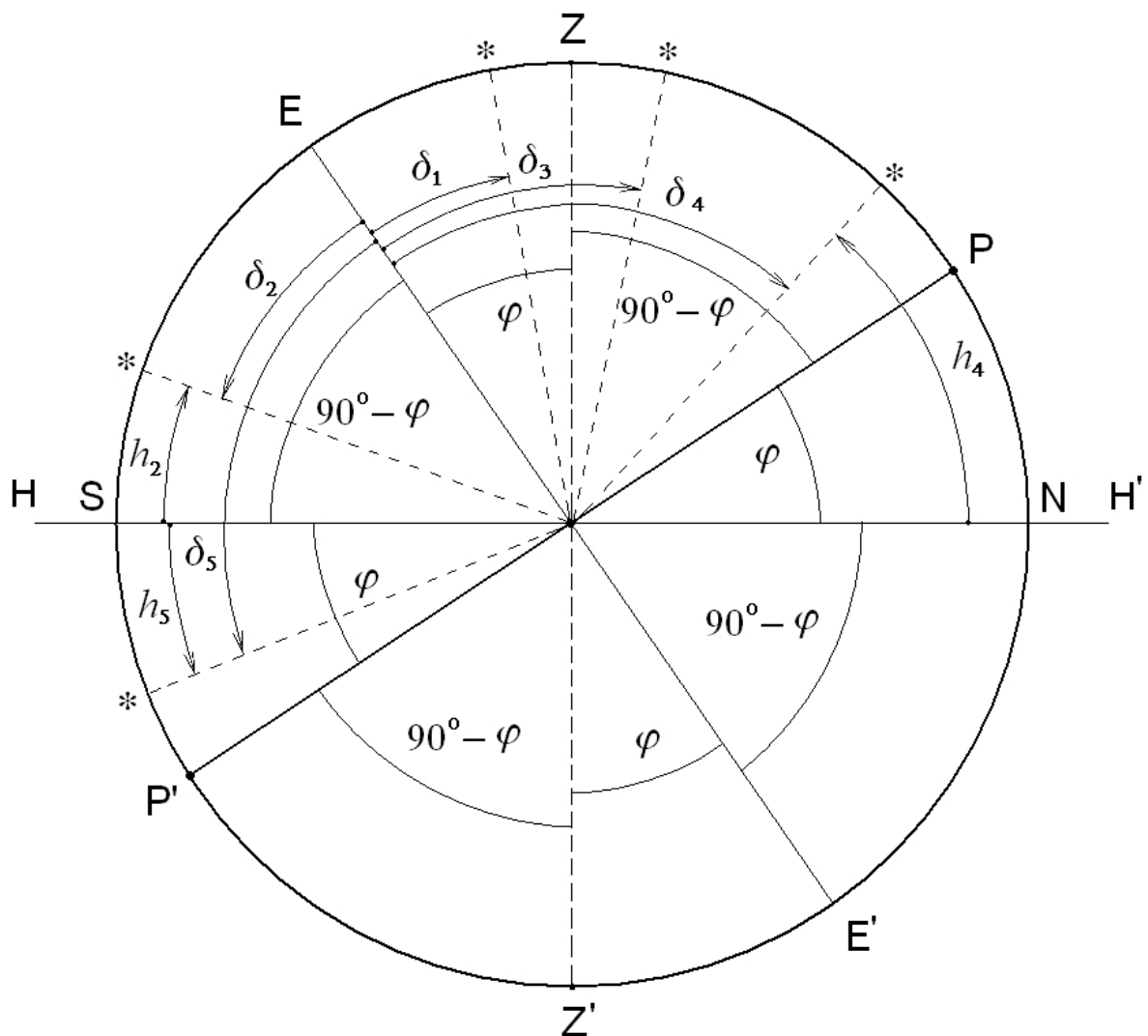
Нека първо определим височините в горните кулминации на звездите, които кулминират на юг от зенита. Звездата с положителна деклинация δ_1 ще има височина на горната кулминация $h_1 = (90^\circ - \varphi) + \delta_1$. Ъгълът $(90^\circ - \varphi)$ е равен на височината, на която се издига небесният екватор **EE'** в най-високата си точка, когато пресича меридиана на мястото. Към този ъгъл прибавяме деклинацията δ_1 на звездата. Височините в горна кулминация, на звездите с отрицателни деклинации δ_2 и δ_5 , се подчиняват на същата формула. При тях, обаче, деклинацията е отрицателно число и след прибавянето ѝ към височината на небесния екватор получаваме ъгъл, който е по-малък или, както е в случая с петата звезда, дори отрицателен. Следователно за трите звезди, чиито горни кулминации са на юг от зенита е вярна формулата:

$$h = (90^\circ - \varphi) + \delta.$$

Ако използваме тази формула за звездите, които кулминират на север от зенита, ще получим ъгъл, който е по-голям от 90° . Височината над хоризонта, обаче, не може да бъде по-голяма от 90° . От фигурата ясно се вижда, че в случая с третата и четвъртата звезда височината над хоризонта е допълнителният до 180° ъгъл на ъгъла получен по горната формула. Следователно височината над хоризонта в горна кулминация на тези звезди получаваме по следния начин: $h = 180^\circ - ((90^\circ - \varphi) + \delta) = (90^\circ + \varphi) - \delta$. Окончателно, за височината над хоризонта на звезди, кулминиращи на север от зенита, може да запишем:

$$h = (90^\circ + \varphi) - \delta.$$

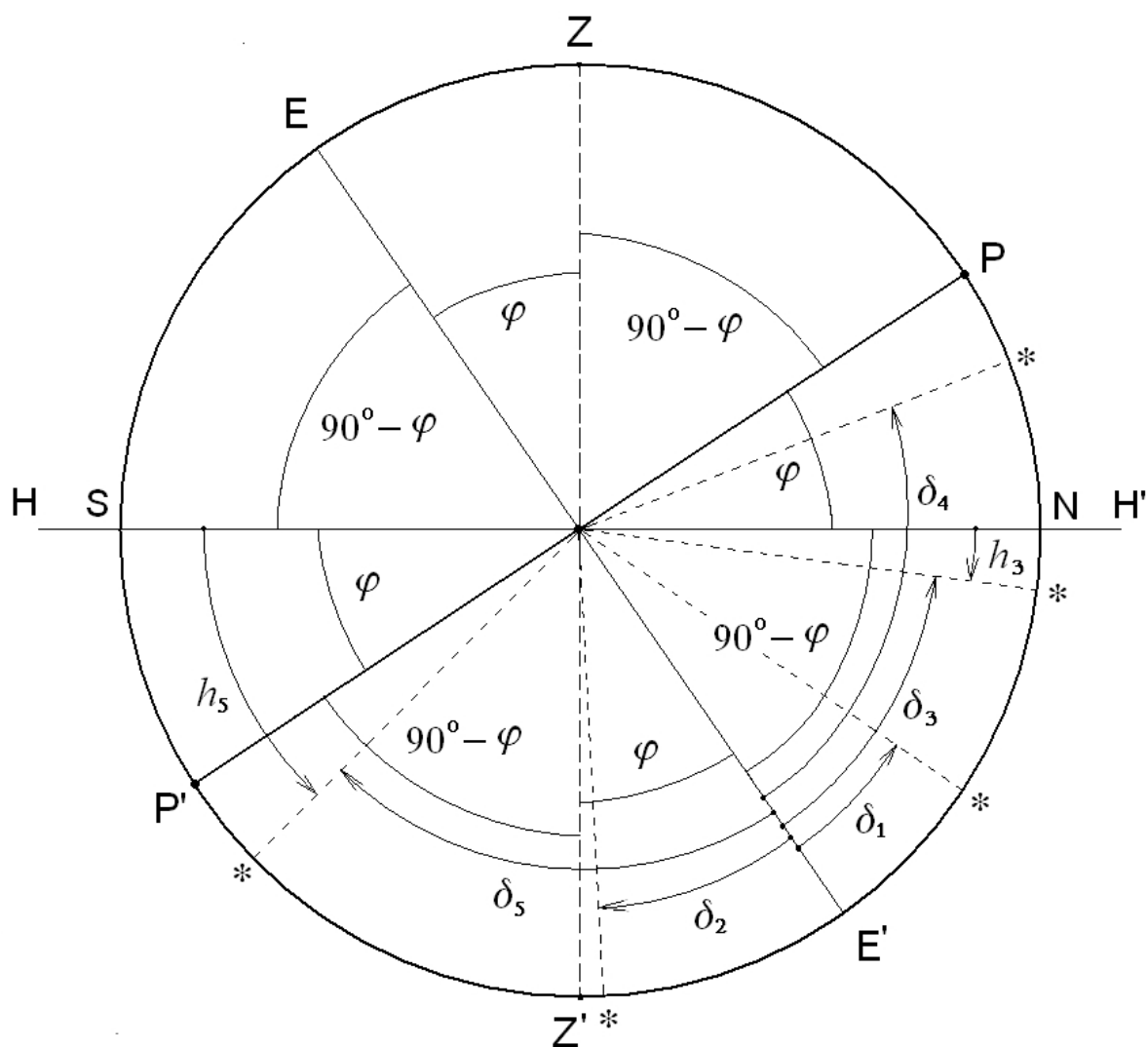
Причината за различията е, че деклинацията на звездите е по-голяма от географската ширина φ на мястото, поради което сумата от двата ъгъла, височината на небесния екватор и деклинацията, е по-голяма от 90° .



Фиг. 1

Нека сега определим по какви формули се пресмята височината в долна кулминация на звездите. Това ще направим с помощта на Фиг. 2. Там са нанесени положенията на петте звезди в долна кулминация. Долната кулминация на звездите е

заклучена в полуокръжността между Северния и Южния небесен полюс, в която лежи надирът – Z .



Фиг. 2

Започваме построенията от най-ниската точка на небесния екватор E' . Височината на звезда, лежаща на небесния екватор, в долна кулминация би била $h = - (90^\circ - \varphi)$. За да получим височините в долна кулминация на дадените звезди, към тази стойност добавяме деклинациите на звездите. Ако деклинацията е положителна, височината нараства. Когато деклинацията на звездата стане равна на $(90^\circ - \varphi)$, височината на долната кулминация нараства до 0° (нула). Звездата в долна кулминация е на хоризонта в точката север – N . Ако деклинацията на звездата е по-голяма от този ъгъл, височина в горна кулминация става положителна. Тогава звездата е незалязваща. Такъв е случаят със звездата с деклинация δ_4 . Ако деклинацията на звездата е отрицателна, височината над хоризонта намалява (нараства по абсолютна стойност, понеже е отрицателно число). Това се демонстрира от звездата с деклинация δ_2 . Виждаме, че за всички звезди с положителна деклинация или с отрицателна

деклинация, която по абсолютна стойност е по-малка от географската ширина, е вярна формулата:

$$h = - (90^\circ - \varphi) + \delta.$$

Общото за тези звезди е, че тяхната долна кулминация се случва на север от надира.

Ако, обаче, използваме тази формула за звезди, които имат отрицателна деклинация, по абсолютна стойност по-голяма от географската ширина, сумата от двата ъгъла, по абсолютна стойност, ще бъде по-голяма от 90° . Тогава звездата в долна кулминация ще се окаже на юг от надира и нейната височина ще бъде допълнителният до 180° ъгъл. Такъв е случаят със звездата с деклинация δ_5 . Тогава, за да получим височината на звездата, от -180° изваждаме височината, определена по горната формула. Разбира се не бива забравяме, че ъгълът, който вадим, също е отрицателен:

$$h = -180^\circ - (- (90^\circ - \varphi) + \delta) = -180^\circ + 90^\circ - \varphi - \delta = - (90^\circ + \varphi) - \delta.$$

Окончателно, за звезди в долна кулминация, които кулминират на юг от надира, получаваме:

$$h = - (90^\circ + \varphi) - \delta.$$

Бихме могли да разглеждаме първите формули, които получихме за височините в горна и долна кулминация на звездите, като основни, а вторите като изключения. Това, обаче, е вярно за наблюдатели, намиращи се съществено на север. Тогава много повече звезди ще се подчиняват на първите формули, защото звездите, чиито горни кулминации са на север от зенита, заемат една малка част от звездното небе – малка шапка, отрязана от околополярните области на небесната сфера. Обаче за наблюдатели, които са близо до екватора, това не е вярно. За тях почти височините на всички звезди от северната небесна полусфера ще се подчиняват на втората формула, в случая на горна кулминация, а височините на звездите от южната небесна полусфера – на втората формула, в долна кулминация. Затова е правилно да се каже, че за наблюдател в северното полукълбо имаме по две формули за пресмятане на височината на звездите в горна и долна кулминация.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно построяване на чертежите, с необходимите линии, точки, означения и обяснения – 5 т.

За получаване на четирите формули и правилни разсъждения $4 \times 2 т. = 8 т.$

За правилни разсъждения относно валидността на формулите за наблюдатели на различни географски ширини – 2 т.

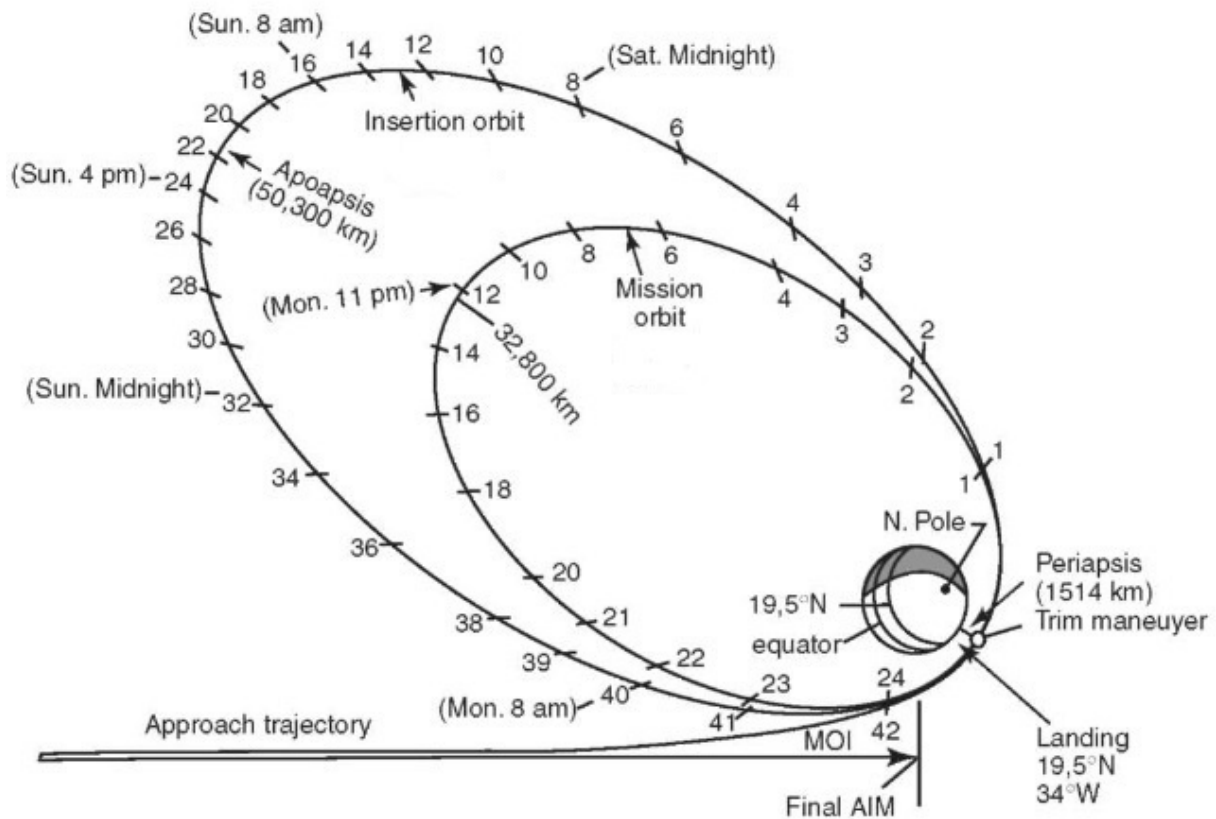
4 задача. „Викинг-1”.



През лятото на 1976 г., преди 40 години, маждупланетната станция „Викинг-1” каца на Марс. След приближаването си до Червената планета, „Викинг-1” навлиза в орбита около нея. После станцията извършва още една маневър и тръгва по друга, по-ниска орбита около планетата, както е показано на схемата по-долу.

- Определете орбиталните периоди на станцията „Викинг-1” по двете орбити около Марс. Според вас защо са избрани орбити с такива периоди?

Радиусът на Марс е 3390 км, а масата – 6.42×10^{23} kg. Гравитационната константа е $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$. На схемата под означенията “Apoapsis” и “Periapsis” са дадени разстоянията от повърхността на Марс (не от центъра на планетата) до апоцентъра и перицентъра на орбитата.



Решение:

Означаваме с r_p и r_a разстоянията от повърхността на Марс до перицентъра и до апоцентъра на дадена орбита, а с R – радиуса на Марс. Тогава голямата полуос на орбитата ще бъде:

$$a = \frac{r_p + r_a + 2R}{2}$$

Орбиталния период на движение по орбитата T определяме от третия закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където M е масата на Марс.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$$

За големите полуоси на двете орбити получаваме:

$$a_1 = 29297 \text{ km}$$

$$a_2 = 20547 \text{ km}$$

За орбиталните периоди намираме:

$$T_1 \approx 152000 \text{ sec} \approx 42.27 \text{ h}$$

$$T_2 \approx 89000 \text{ sec} \approx 24.83 \text{ h}$$

Изборът на периодите на движение на космическия апарат по двете орбити е свързан с периода на околоосно въртене на Марс. Той е около 24 ч. 40 мин. Периодът на движение по първата орбита е приблизително равен на $1\frac{3}{4}$ от периода на околоосно въртене на Марс. Така при всяко преминаване на „Викинг-1“ през перицентъра орбитата „Викинг-1“ успява да фотографира редуващи се последователно райони от повърхността на планетата, докато бъде избран най-подходящият терен за кацане. Навярно не се е наложило да се прави повече от една обиколка по тази орбита. Периодът на движение по втората орбита е близък, но не точно равен на периода на околоосно въртене на Марс. Той е избран така, че при всяко преминаване на „Викинг-1“ през перицентъра на орбитата, да има леко отместване на района от марсианската повърхност, който се оказва под близкия обзор на станцията. Това е с цел да се уточни изборът на подходящо място на кацане. Наистина, космическият апарат е започнал да се движи по тази орбита на 19 юни 1976 г., а кацането е било планирано за 4 юли. Но снимките на повърхността, предадени от „Викинг-1“, са показали, че районът от марсианската повърхност, попадащ под перицентъра на орбитата, е много неравен и опасен. Наложило се е да се изчака до 20 юли, когато станцията е започнала да прелита над по-подходящ терен от Марс в перицентъра на своята орбита. Едва тогава е била предприета маневрата за спускане към повърхността на планетата. (Всъщност истинският период на станцията е бил още по-близък до периода на околоосно въртене на планетата, в сравнение с получения от нас тук период. Ние получаваме тази стойност, защото използваме по-неточни начални данни).

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилни формули за големите полуоси на орбитите – 2 т.

За правилен начин за определяне на орбиталните периоди – 8 т.

За правилни числени стойности – 2 т.

За разсъждения относно избора на периодите – 3 т.